# *Clarissimo Viro*, D. Guilielmo Pontio, *Anglice* Bridgeman, Johannes Wallis. *S.*

Oxoniæ, *Sept.* 2. 1692.

ACcepi, *Vir Clarissime, nudius tertius (noctu decubiturus) Literas tuas pridie datas* Londini *(Augusti* 30. *sera nocte ;) quibus heri non vacabat, alias occupato, respondere : Eisque inclusam Chartulam, typis impressam, cui asscriptus est dies* 4 April. 1692. *Quam ais* Florentia *te accepisse mihi mittendam. Cui responsum meum expetis, quod* Florentiam *te remissurum polliceris.*

*Continet ea Chartula* Ænigma Geometricum, *quod (verborum involucris exemptum) hoc innuere judico Problema* ; Ab Hemisphærii curva superficie, Segmenta quatuor inter se æqualia sic amputare, ut reliquum sit Tetragonismi capax.

*Simulque videtur innuere, In veteris* Græciæ *monumentis etiamnum extare quidpiam quo illud fiat.*

*Hoc esse existimo* Hippocratis *Chii* Quadraturam Lunulæ.

*Quippe cum* Archimedes *demonstravit*, Curvam Hemisphærii superficiem æqualem duobus Circulis ejusdem Spæræ maximis, *(id est* quatuor Semicirculis;) *Docuitque* Hippocrates *Chius* Lunulam quadrare *quandam : Si singulis Hemisphærici hujusce Fornicis quadrantibus, tantundem eximatur, quanto deficit à Semicirculo ea Lunula ; Reliquum æquabitur Quadrato, quod Circulo Sphæræ maximo (cui hic insistit Fornix Hemisphæricus) inscribatur.*

*Sic habes, Vir Clarissime, tum* Ænigmatis *Enodationem, tum Solutionem Problematis.*

*Si tamen, præter Ænigmaticam Problematis involutionem, ſubſit aliquid (de Templo) Hiſtoricum: putaverim ego, S.* Sophiæ (*quod eſt* Conſtantinopoli) *Templum hic inſinuatum.*

## SCOLIUM.

Per *Hippocrates* Chii *Quadraturam Lunulæ* (1° Phyſicorum *Ariſtotelis*, & *Simplicii* in eum locum Commentariis, indicatam,) Si ſemicirculo ABD, in duos quadrantes ACD BCD deviſo, aptetur AD ſubtenſa quadrantalis arcus, radio CE biſecta in H: & centro H ſcribatur ſemicirculus ADF: Erit (propter quadratum rectæ AD ſubduplum quadrati rectæ AB) ſemicirculus ADF ſubduplus ſemicirculi ABD; adeoque quadranti ACD æqualis. Et (dempto utrinque communi ſegmento ADE) reſidua Lunula AEDF reſiduo Triangulo ADC æqualis. Taleſque quatuor Lunulæ, talibus quatuor Triangulis; hoc eſt, Quadrato toti circulo inſcripto ADBG.

Fig. 1.

Porro; per *Archimedis* demonſtrata; Æquatur Sphæræ ſuperficies, quatuor Circulis in ea Sphæra Maximis. Adeoque Hemiſphærii ſuperficies curva, talibus quatuor Semicirculis: taliſque ſuperficiei Hemiſphæricæ Quadrans, uni ſemicirculo.

Circulus ADBG eſto jam Baſis Hemiſphæricæ ſuperficiei curvæ: cujus polus P, axis CP, plano baſis perpendicularis, ejuſque quadrans unus DPA; qui plano EPC per axem tranſeunte biſecetur.

Fig. 2.

Ponantur item (ob commodiorem calculum) Circuli radius $R$, diameter $D = 2R$, peripheria $P$, expoſitus arcus $a$.

Poſitoque

Poſitoque quadrantali arcu DEA $=a=\frac{1}{4}P$; eſt ſemicirculus ABD $=a\,R=\frac{1}{4}\,RP$: triangulum ADC$=\frac{1}{2}\,R^2$ $=\frac{1}{4}RD$; reliquumque ſemicirculi (dempto hoc triangulo) $\frac{1}{4}RP-\frac{1}{4}RD$; cui æquale auferendum eſt ex DPA (quadrante ſuperficiei hemiſphæricæ curvæ, æquali ſemicirculo ABD) quo reſiduum æquetur expoſito triangulo ADC.

Quod quum variis modis fieri poſſit; per ea quæ nos dudum docuimus Anno 1659. (ad calcem Tractatus de *Cycloide*, tum Editi, pag. 122. inſerenda ad § 68.) iterumque Anno 1670 (in Tractatus *de Motu* capite V, prop. 24.) de *Figura Plana, æquali cuivis in ſuperficie Spærica figuræ, circulis quibuſvis (ſive maximis, ſive minoribus) terminatæ.* Sic fiat ſimpliciſſime;

Cum ſuperficiei Sphæricæ ſegmenta, parallelis planis abſciſſa, ſint Axis ſegmentis proportionalia (quod de expoſita quadrantalis Cunei ſuperficie DPA pariter valet:) Si ſumatur, in axe CP, ut ſemicirculus $\frac{1}{4}RP$, ad ſemicirculum dempto triangulo $\frac{1}{4}RP-\frac{1}{4}RD$; hoc eſt, ut $P$ ad $P-D$; ſic CP ad CY: (ſive, quod tantundem eſt, ut $P$ ad D, ſic CP ad PY:) planum per YZ baſi parellelum, abſcindet hujus ſuperficiei curvæ portionem polo adjacentem, æqualem triangulo ADC. Quod cum, in reliquis ſuperficiei curvæ quadrantibus, pariter fiat: æquabitur totum Abſciſſum (Polo adjacens) toti quadrato baſi inſcripto: Et ſic tenſum ut opportuit. Quod erat faciendum. Fig. 2.

Vel ſic brevius. Eſt Hemiſphærii ſuperficies curva (utpote duobus circulis maximis æqualis) $=RP$. Quadratum circulo maximo inſcriptum, $=2RR=RD$. Illudque ad hoc, ut $P$ ad $D$. Adeoque (propter ſegmenta ſuperficiei parallelis planis abſciſſa, ſegmentis axis proportionalia) ſumptis CP ad PY ut $P$ ad $D$, erit tum tota ſuperficies $=RP$, tum portio ad Polum, plano ZY

abſciſſa, $=RD$ quadrato baſi inſcripto. Quod erat faciendum.

Si dicatur; Proceſſum hic eſſe ex præſumpti Circuli Quadratura, aut ratione quam habet circuli Perimeter ad Diametrum: Id omnino verum eſt. Sed non eſt objiciendum. Quia non poſtulat *Ænigma* propoſitum, ut Hemiſphæricæ ſuperficiei portiones *Abſciſſæ*, (quas *Feneſtras* vocat) ſed ut portio *Superſtes*, ſit Tetragoniſmi capax. Et quidem ſi utrumque poſtularet, poſtularet Circuli quadraturam abſolute Geometricam: quod haberi non poſſe ſatis conſtat.

Opificium quod ſpectat; ſuper baſem planam, extra baſem Hemiſphærii poſitam, ſed ipſi contiguam; cujus duo latera in angulum coeant ad A, intra protractas DA GA rectas, (quo *Feneſtrarum* quas vocat utrinque adjacentium liber proſpectus pateat, non impeditus,) extruatur Moles ſatis firma; ita quidam ut, aſſurgente ſtructura, promineat ejus Acies, angulo ſuffulta, circuli arcum efficiens qualis eſt DZ, ad altitudinem Y aſſur-
Fig. 2. gens. Et ſimiliter ad reliquos angulos DBG. Atque his demum ſtructuris (quaſi totidem Columnis) ad eam altitudinem provectis, imponatur Teſtudo, ſic intus excavata ut poſcit Hemiſphærica ſuperficies. Adeoque totum opus imperatum obſolvitur.

## ALITER.

Idem fiet ſi, pro Quadrato baſi inſcripto, exponatur Quadratum quodvis $QQ$, (quod minus ſit quam Hemiſphærica ſuperficies curva.) Quippe ſi ſumatur, ut $RP$ (hemiſphærica ſuperficies curva) ad $QQ$ (expoſitum Quadratum,) ſic $CP$ (axis hemiſphærii) ad $PT$ (axis portionem polo adjacentem;) planum $ZT$ (baſi parallelum) abſcindet portionem ſuperficiæi ſphæricæ Tetragoniſmi capacem: Utpote æqualem expoſito quadrato $QQ$.

ALITER

## ALITER.

Idem ſic aliter abſolvi poteſt ; ſed majore ſolicitudine.

Cum ſit (ut jam oſtenſum eſt) Hemiſphæricæ ſuperficiei curvæ Quadrans DPA, æqualis Semicirculo ABD; ejuſque ſegmenta planis baſi parallelis abſciſſa, ſegmentis Axis proportionalia: Sumatur in DP quadrantali arcu, arcus PQ graduum 60; (quod mihi *Caſwellus* ſuggerit.) Fig. 2. Polo P deſcriptus Circulus QTS biſecabit Axem (propter ſinum verſum grad. 60. $=\frac{1}{2}R$:) adeoque quadrantem hemiſphæricæ ſuperficiei curvæ DPA dirimet in duo ſegmenta inter ſe æqualia. Quorum alterum, DQTSA quadrilinium, æquat quadrantem circularem BCD ; reliquumque Trilineum PQTS æquat quadrantem ACD. Unde ſi porro auferatur QRST bilineum, æquale ſegmento circuli ADE : reliquum trilineum PQRS, æquabat ADC triangulum. Taliaque quatuor, in quatuor Quadrantibus Hemiſphærii, æquabunt Quadratum baſi inſcriptum. Habebitur autum illud Bilineum per ea quæ nos dudum docuimus locis modo citatis.

Idem univerſalius ſic fiet.

Sumpto Q ubivis in arcu DZ (ne major ſit DQ quam DZ ;) Et, Quanto deficit quadrilineum DQTSA à toto auferendo, tantundem ſuppleat Bilineum QRST : Reliquum æquabit ADC triangulum.

Et quidem, ſi ſumatur Q in D (quo evaneſcat Quadrilineum) ſumendum erit Bilineum æquale toti auferendo. Sin ſumatur Q in Z (ut Bilineo non ſit opus) æquabitur Quadrilineum toti auferendo.

Eademque omnia (de Quadrilineo & Bilineo quæ ſimul compleant totum auferendum) pariter accommodanda erunt (mutatis mutandis) ſi, pro Quadrato baſi inſcripto,

inſcripto, ſubſtituatur Q Q quadratum quodvis; quod tota ſuperficie curva hemiſphærica non ſit majus.

Sed quum proceſſus hic (de bilineo ſumendo) ſit paulo operoſior; ſufficit ſimpliciorem praxin adhibuiſſe.

## MONITUM.

Poſtquam hæc ſcripta fuerant, erantque ſub prelo, reſcivi tandem huic idem Problemati reſponſum dediſſe Cl. Virum D. *Leibnitz*, illudq; in *Actis Lipſicis* comparere pro Menſe *Junio* 1692. Quod fecit ut prelum ſufflaminandum curaverim per aliquot ſeptimanas donec illud conſpicerem; quod ægre tandem obtinui (nam apud Bibliopolas noſtros liber non eſtabat) exeunte *Decembri* noſtro. Videoque Cl. Virum juxta mecum ſentire, non eſſe *Problema Determinatum*, ſed mille modis (nedum infinitis) ſolubile. Methodum ejus non repeto. Quam ibi quærat Lector, ut utramque ſi libet conferat. Citat ille ſuam *Geometriam Incomparabilium*, & *Analyſin Infinitorum*, in *Actis Eruditorum* exſtantes; ſed quas ego nondum vidi (nam eorum libri ſero ad nos perveniunt) nec tamen inde minus æſtimo; ſed tanto Viro dignas præſumo. Et quidem, ſi tempori vidiſſem, potuiſſem cum *Newtoni* & *Gregorii* methodis (his forte non abſimiles) noſtris inſeruiſſe. Sed, cum alibi exſtent, id minus erit opus. Eſt ejus Solutio Problematis (ſatis ingenioſa) ex comparatis ſuperficiebus Sphærica & Cylindrica, atque Ungularum Doctrina (quas & nos alibi tractavimus) petita; & ſecundum *Indiviſibilium* methodum demonſtrata; (aliis interim adhibitis lineis quam Circularibus;) eodem die præſtita (ut in re non admodum difficili) quo acceperit Problema. Nec in Problemate requiri exiſtimat (uti nec ego) ut partes *Abſciſſæ* ſed ſaltem ut pars *Reſidua* ſit Quadrabilis.

IV. *The*

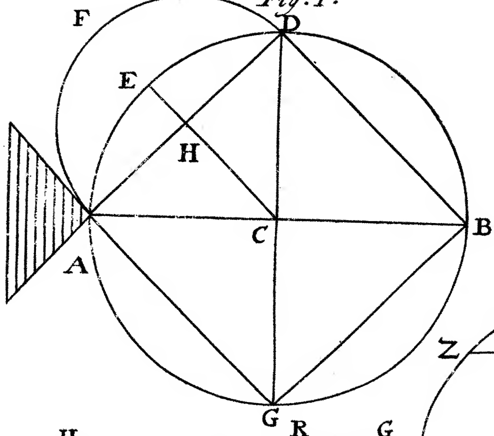


Fig:1.

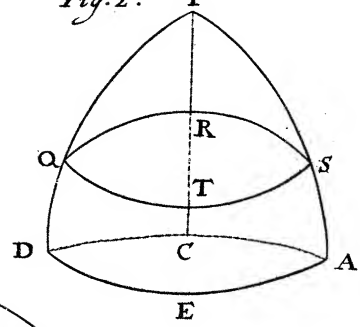


Fig:2.

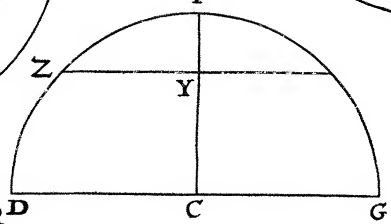


Fig:3.

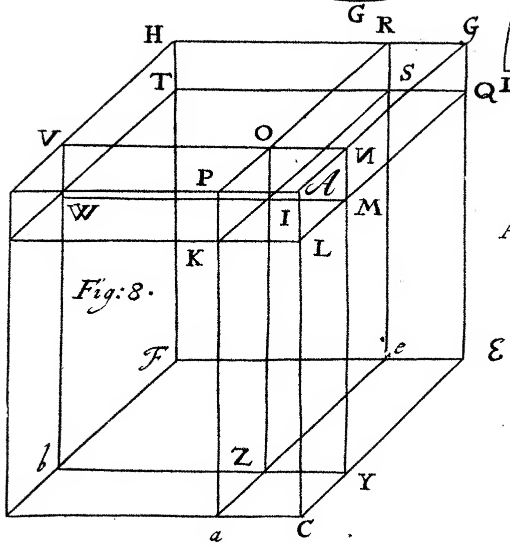


Fig:8.

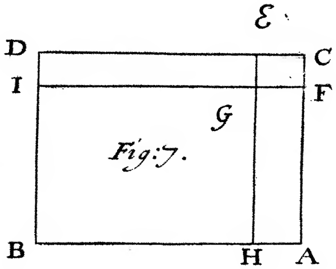


Fig:7.

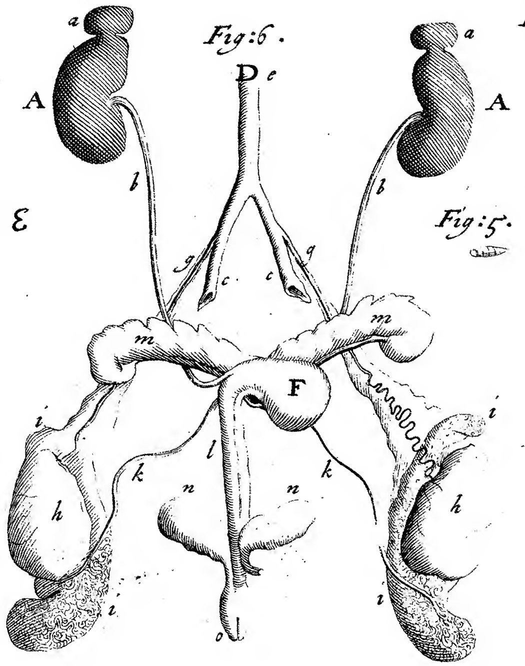


Fig:6.

Fig:5.

Fig:4.